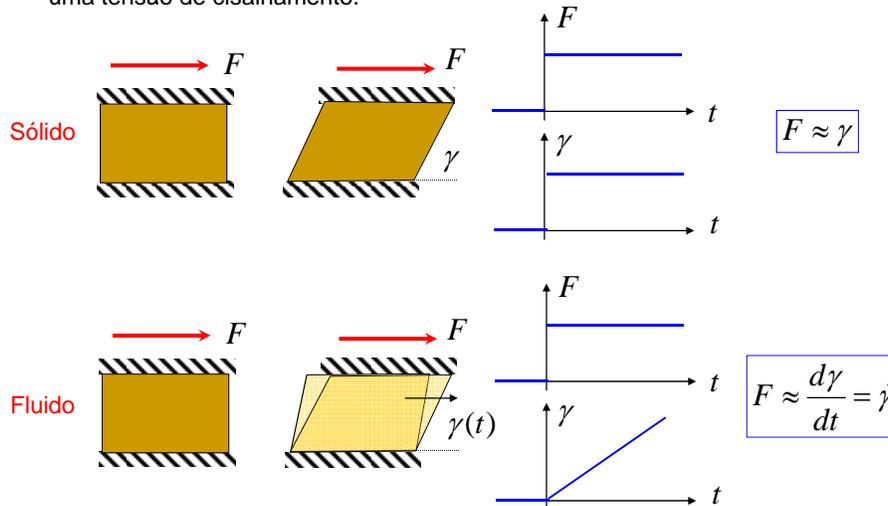


Mecânica dos Fluidos

Fluido é um material que se deforma continuamente quando submetido a uma tensão de cisalhamento.



1

Estática de Fluidos

Um fluido é considerado estático quando as partículas não se deformam, isto é, estão em **repouso** ou em **movimento de corpo rígido**.

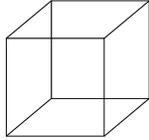
Como um fluido não suporta tensões cisalhantes sem se deformar, em um fluido estático só atuam tensões normais (pressão). A pressão exercida em um ponto é igual em todas as direções.

O estudo de estática de fluidos é importante em diversas aplicações, como manometria, propriedades da atmosfera, forças em sistemas hidráulicos e forças em corpos submersos.

2

Equações básicas da estática de fluidos

Considere um “cubo de fluido”...



Segunda Lei de Newton: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$

Estática: $\vec{a} = 0 \Rightarrow \sum \vec{F} = 0$

$$\vec{F} = \vec{F}_s + \vec{F}_c$$

Força de superfície

Força de corpo

□ Equações diferenciais: equações por unidade de volume

- Equações válidas em todos os pontos do espaço e instantes de tempo

$$\vec{f} = \vec{F} / d\forall$$

$$\vec{f}_s + \vec{f}_c = 0$$

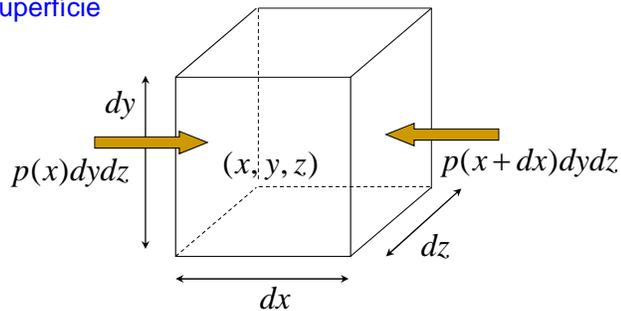
Equação da estática

Forças de Corpo $\vec{F}_c = \vec{P} = m \vec{g} = \rho d\forall \vec{g}$

$$\vec{f}_c = \rho \vec{g}$$

3

Forças de Superfície



Na direção x...

$$p(x)dydz - p(x+dx)dydz \quad \Rightarrow \quad F_x = \left[\frac{p(x) - p(x+dx)}{dx} \right] dx dy dz$$

$$f_x = \frac{F_x}{d\forall} = - \left[\frac{p(x+dx) - p(x)}{dx} \right] = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad ; \quad f_y = - \frac{\partial p}{\partial y} ; \quad f_z = - \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$\vec{f}_s = - \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} - \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k}$$

$$\vec{f}_s = -\nabla p$$

4

$$\vec{f}_c + \vec{f}_s = 0$$

$$-\nabla p + \rho \vec{g} = 0$$

Em coordenadas cartesianas...

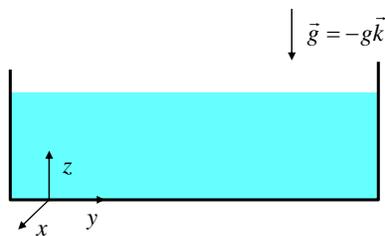
$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y = 0$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z = 0$$

5

Varição da pressão em um fluido estático



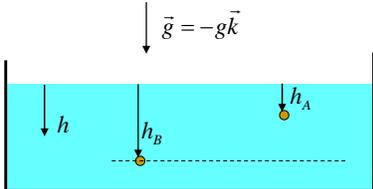
$$\left. \begin{array}{l} -\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \end{array} \right\} p \neq p(x, y)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dz} = -\rho g$$

$$dp = -\rho g dz \Rightarrow \int_{p_0}^{p(z)} dp = -\rho g \int_0^z dz \Rightarrow p = p_0 - \rho g z$$

Como a pressão no fundo geralmente não é conhecida, tomar a origem no fundo não é um procedimento prático. Normalmente, a pressão na superfície do líquido é conhecida (pressão atmosférica).

6



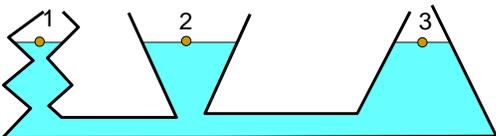
$$dp = \rho g dh \quad (dh = -dz) \Rightarrow$$

$$\int_{p_0}^{p(h)} dp = \rho g \int_0^h dh \Rightarrow \boxed{p = p_0 + \rho gh}$$

A diferença de pressão entre dois fluidos estáticos é dada por:

$$\left. \begin{aligned} p_A &= p_0 + \rho gh_A \\ p_B &= p_0 + \rho gh_B \end{aligned} \right\} p_B - p_A = \rho g \Delta h$$

Pontos na mesma horizontal, possuem a mesma pressão.



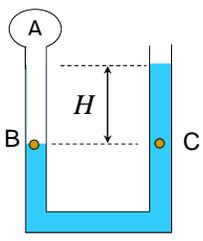
Explique porque a altura de líquido é a mesma em todos os recipientes.

7

Manometria

Manômetro é um dispositivo para medir diferença de pressão entre dois pontos.

Manômetro em “U”:



$$p_B = p_A$$

$$p_C = p_{atm} + \rho g H$$

Como os pontos B e C estão em uma mesma horizontal de um trecho contínuo de fluido: $p_B = p_C$

$$p_A = p_{atm} + \rho g H$$

Quando as duas pernas do manômetro estão na mesma altura: $H = 0$

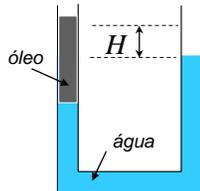
$$p_A = p_{atm}$$

A pressão em relação a pressão atmosférica é denominada de **PRESSÃO MANOMÉTRICA**

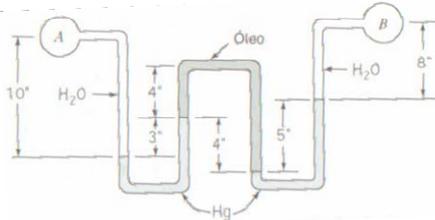
$$p_{A-man} = p_A - p_{atm}$$

8

Exemplo 1: Um manômetro possui um diâmetro interno uniforme $D = 6,35 \text{ mm}$. O tubo em "U" é parcialmente enchido com água. Em seguida, um volume de $3,25 \text{ cm}^3$ de óleo com densidade de 800 kg/m^3 é adicionado no lado esquerdo, como mostrado na figura. Calcule a altura de equilíbrio H se ambas as pernas estão abertas para a atmosfera.



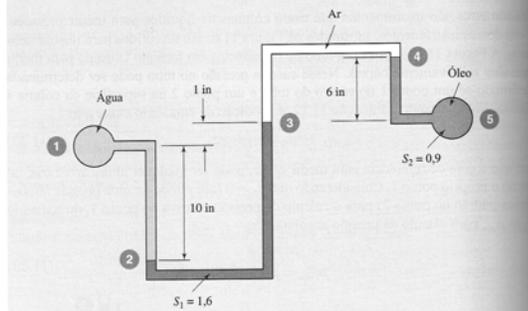
Exemplo 2: Determine a diferença de pressão entre os pontos A e B. $d_o = 0,8$
 $d_{Hg} = 13,6$



9

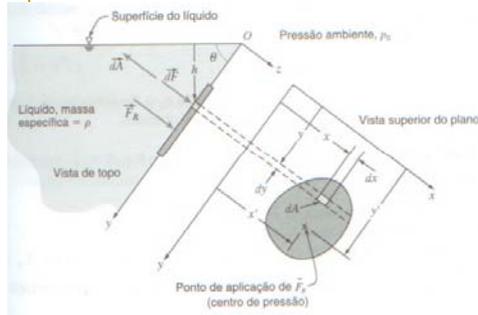
Exemplo 3

Água e óleo fluem em dutos horizontais. Um manômetro em U duplo é conectado entre os dutos, como mostra a Figura E11.3. Calcule a diferença de pressão entre o duto de água e o duto de óleo.



10

Força em superfícies submersas planas

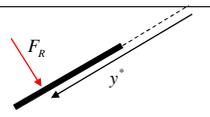
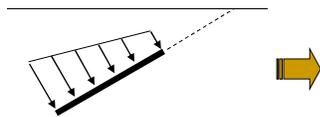


Uma vez que não pode haver tensões cisalhantes num fluido em repouso, a força hidrostática sobre qualquer elemento da superfície deve ser normal a ele.

$$d\vec{F} = -pd\vec{A}$$

o sinal negativo indica que a força atua no sentido contra a superfície.

A resultante das forças hidrostáticas que atuam no corpo é determinada pela integral da força em cada ponto. O ponto de aplicação da força resultante deve ser tal que o seu momento em relação a qualquer eixo seja igual ao momento da força distribuída.



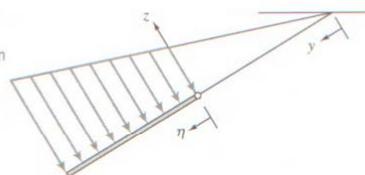
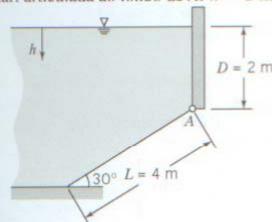
$$\vec{F}_R = \int d\vec{F}$$

$$F_R y^* = \int y dF$$

11

Exemplo 1:

DADO: Comporta retangular, articulada ao longo de A. $w = 5$ m.

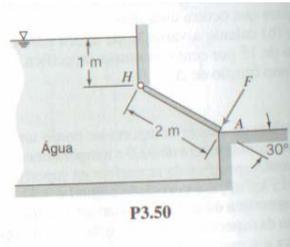


Distribuição da pressão hidrostática líquida na comporta

DETERMINAR: A força resultante, \vec{F}_R , da água e do ar sobre a comporta.

12

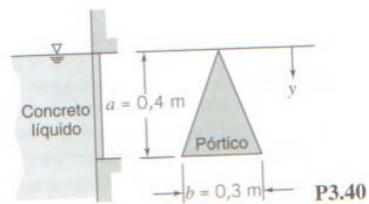
Exemplo 2: A comporta é articulada em H e tem 2 metros de largura em um plano normal ao diagrama mostrado. Calcule a força requerida em A para manter a comporta fechada.



13

Exemplo 3:

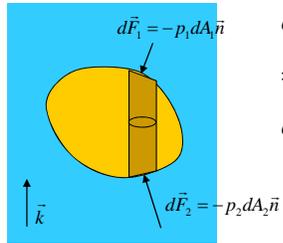
Um pórtico de acesso triangular deve ser providenciado na lateral de uma fôrma contendo concreto líquido. Usando as coordenadas e dimensões mostradas, determine a força resultante que age sobre o pórtico e seu ponto de aplicação.



14

Empuxo

É a resultante das forças de pressão na direção vertical



$$\begin{aligned} dF_z &= d\vec{F}_2 \cdot \vec{k} + d\vec{F}_1 \cdot \vec{k} = \\ &= -p_2 dA_2 \cdot \vec{k} \cdot \vec{k} - p_1 dA_1 \cdot \vec{k} \cdot \vec{k} = (p_2 - p_1) dA_z \\ dF_z &= \rho g \underbrace{h dA_z}_{dV} \end{aligned}$$

$$F_z = \int dF_z = \rho g \underbrace{V}_{\text{volume submerso}}$$

Exemplo: Determine as leituras das escalas A e B indicadas na figura. Despreze o peso do recipiente. A rocha possui uma massa de 15 kg e volume de $0,001\text{m}^3$. O volume de água no tanque é de 20 litros.

